

-: प्रतीक चिन्हों की सूची :-

(1)  $\{ \}$   $\rightarrow$  समुच्चय (set).

(2)  $A \cup B \rightarrow$  सम्मिलन (union).

(3)  $A \cap B \rightarrow$  सर्वनिष्ठ (intersection).

(4)  $a \in A \rightarrow$  अवयव है (belongs to).

(5)  $A \subset B \rightarrow$  उपसमुच्चय (subset).

(6)  $A \not\subset B \rightarrow$  उपसमुच्चय नहीं है (not subset).

(7)  $\phi \rightarrow$  रिक्त समुच्चय (empty set).

(8)  $A' \rightarrow$  पूरक (Complement).

(9)  $A \times B \rightarrow$  कार्तीय गुणन (Cartesian product).

(10)  $U \rightarrow$  सार्वत्रिक समुच्चय (Universal Set).

(11)  $P(A) \rightarrow$  घात समुच्चय (Power Set).

(12)  $∃ \rightarrow$  ऐसा है कि (such that).

(13)  $\because \rightarrow$  क्योंकि / चूँकि (Because).

(14)  $\therefore \rightarrow$  इसलिए (Therefore).

◊ सम्बन्धों (Relations) के प्रकार :-

1. स्वतुल्य (Reflexive) सम्बन्ध ।

2. सममित (Symmetric) सम्बन्ध ।

3. संक्रामक (Transitive) सम्बन्ध ।

▷ समुच्चय  $A$  पर परिभाषित सम्बन्ध  $R$ ;

(i) स्वतुल्य (reflexive) कहलाता है, यदि प्रत्येक  $a \in A$  के लिए  $(a, a) \in R$ ,

(ii) सममित (symmetric) कहलाता है, यदि समस्त  $a_1, a_2 \in A$  के लिए  $(a_1, a_2) \in R$  से  $(a_2, a_1) \in R$  प्राप्त हो

(iii) संक्रामक (transitive) कहलाता है, यदि समस्त  $a_1, a_2, a_3 \in A$  के लिए  $(a_1, a_2) \in R$  तथा  $(a_2, a_3) \in R$  से  $(a_1, a_3) \in R$  प्राप्त हो ।

▷  $A$  पर परिभाषित सम्बन्ध  $R$  एक तुल्यता (equivalence) सम्बन्ध कहलाता है, यदि  $R$  स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक है ।

अध्याय-2: प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन

<u>प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन</u>	<u>प्रांत (Domain)</u>	<u>परिसर (Range)</u>
$\sin^{-1}$	$[-1, 1]$	$[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$
$\cos^{-1}$	$[-1, 1]$	$[0, \pi]$
$\tan^{-1}$	$R$	$(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$
$\cot^{-1}$	$R$	$(0, \pi)$
$\sec^{-1}$	$R - (-1, 1)$	$[0, \pi] - \{\frac{\pi}{2}\}$
$\operatorname{cosec}^{-1}$	$R - (-1, 1)$	$[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] - \{0\}$

अध्याय - 5: सांतत्य तथा अवकलनीयता

> Polynomial and modulus functions are always continuous function.

$$\lim_{x \rightarrow c^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow c^+} f(x) = f(c)$$

> If L.H.L. = R.H.L., so it is continuous function.

> If L.H.L.  $\neq$  R.H.L., so it is discontinuous function.

$$|x| = \begin{cases} -x, & \text{if } x < 0 \\ x, & \text{if } x > 0 \end{cases}$$

## अवकलन तथा समाकलन के सूत्र

अवकलन	समाकलन
$\frac{d}{dx} (x^n) = nx^{n-1}$	$\int x^n = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$
$\frac{d}{dx} (x) = 1$	$\int dx = x + c$
$\frac{d}{dx} (\sin x) = \cos x$	$\int \cos x \, dx = \sin x + c$
$\frac{d}{dx} (\cos x) = -\sin x$	$\int \sin x \, dx = -\cos x + c$
$\frac{d}{dx} (\tan x) = \sec^2 x$	$\int \sec^2 x = \tan x + c$
$\frac{d}{dx} (\operatorname{cosec} x) = \operatorname{cosec} x \cdot \cot x$	$\int \operatorname{cosec} x \cot x = -\operatorname{cosec} x + c$
$\frac{d}{dx} (\sec x) = \sec x \cdot \tan x$	$\int \sec x \tan x = \sec x + c$
$\frac{d}{dx} (\cot x) = -\operatorname{cosec}^2 x$	$\int \operatorname{cosec}^2 x \, dx = -\cot x + c$
$\frac{d}{dx} (\sin^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx = \sin^{-1} x + c$

अवकलन	समाकलन
$\frac{d}{dx} (\cos^{-1} x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$-\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \cos^{-1} x + c$
$\frac{d}{dx} (\tan^{-1} x) = \frac{1}{1+x^2}$	$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \tan^{-1} x + c$
$\frac{d}{dx} (\cot^{-1} x) = \frac{-1}{1+x^2}$	$-\int \frac{1}{1+x^2} dx = \cot^{-1} x + c$
$\frac{d}{dx} (\sec^{-1} x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$	$\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} dx = \sec^{-1} x + c$
$\frac{d}{dx} (\operatorname{cosec}^{-1} x) = \frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$	$-\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} dx = \operatorname{cosec}^{-1} x + c$
$\frac{d}{dx} (e^x) = e^x$	$\int e^x dx = e^x + c$
$\frac{d}{dx} (\log x) = \frac{1}{x}$	$\int \frac{1}{x} dx = \log x + c$
$\frac{d}{dx} (\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	—

• अन्य सूत्र :-

$$(i) (u+v)' = u' + v'$$

$$(ii) (u-v)' = u' - v'$$

$$(iii) (uv)' = u'v + uv'$$

$$(iv) \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(v) \log m \times n = \log m + \log n.$$

$$(vi) \log m^n = n \log m.$$

$$(vii) \log \frac{m}{n} = \log m - \log n.$$

$$(viii) \frac{d}{dx} (a^x) = a^x \log a.$$

पाठ-7: समाकलन

महत्वपूर्ण सूत्र

$$(1) \int x^n = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C.$$

$$(2) \int dx = x + C.$$

$$(3) \int \cos x \, dx = \sin x + C.$$

$$(4) \int \sin x \, dx = -\cos x + C.$$

$$(5) \int \sec^2 x \, dx = \tan x + C.$$

$$(6) \int \operatorname{cosec} x \cdot \cot x \, dx = -\operatorname{cosec} x + C.$$

$$(7) \int \sec x \cdot \tan x \, dx = \sec x + C.$$

$$(8) \int \operatorname{cosec}^2 x \, dx = -\cot x + C.$$

$$(9) \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx = \sin^{-1} x + C.$$

$$(10) - \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \, dx = \cos^{-1} x + C.$$

$$(11) \int \frac{1}{1+x^2} \, dx = \tan^{-1} x + C.$$

$$(12) - \int \frac{1}{1+x^2} \, dx = \cot^{-1} x + C.$$

$$(13) \int \frac{1}{x \sqrt{x^2-1}} dx = \sec^{-1} x + c.$$

$$(14) - \int \frac{1}{x \sqrt{x^2-1}} dx = \operatorname{cosec}^{-1} x + c.$$

$$(15) \int e^x dx = e^x + c.$$

$$(16) \int \frac{1}{x} dx = \log x + c.$$

$$(17) \int \tan x dx = -\log |\cos x| + c.$$

$$(18) \int \operatorname{cosec} x dx = \log |\operatorname{cosec} x - \cot x| + c.$$

$$(19) \int \tan x dx = \log |\sec x| + c.$$

$$(20) \int \cot x dx = \log |\sin x| + c.$$

$$(21) \int \sec x dx = \log |\sec x + \tan x| + c.$$

$$(22) \int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \log \left| \frac{x-a}{x+a} \right| + c.$$

$$*(23) \int \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c.$$

$$(24) \int \frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{2a} \log \left| \frac{a+x}{a-x} \right| + c.$$

$$(25) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}} = \log |x + \sqrt{x^2-a^2}| + c.$$

$$(26) \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{a} + c.$$

$$(27) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \log |x + \sqrt{x^2 + a^2}| + c.$$

$$(28) \int \sqrt{x^2 - a^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 - a^2} - \frac{a^2}{2}$$

$$\log |x + \sqrt{x^2 - a^2}| + c.$$

$$(29) \int \sqrt{x^2 + a^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{a^2}{2}$$

$$\log |x + \sqrt{x^2 + a^2}| + c.$$

$$(30) \int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2}$$

$$\sin^{-1} \frac{x}{a} + c.$$

$$(31) \frac{px + q}{(x-a)(x-b)} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b}$$

$$(32) \frac{px + q}{(x-a)^2} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{(x-a)^2}$$

$$(33) \frac{px^2 + qx + r}{(x-a)(x-b)(x-c)} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{x-b} + \frac{C}{x-c}$$

$$(34) \frac{px^2 + qx + r}{(x-a)^2(x-b)} = \frac{A}{x-a} + \frac{B}{(x-a)^2} + \frac{C}{x-b}$$

$$(35) \frac{px^2 + qx + r}{(x-a)(x^2 + bx + c)} = \frac{A}{x-a} + \frac{Bx + C}{x^2 + bx + c}$$

निश्चित समाकलन

$$(1) P_0 : \int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$$

$$(2) P_1 : \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx,$$

विशिष्टतया  $\int_b^a f(x) dx = 0.$

$$(3) P_2 : \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx,$$

$a, b, c$  वास्तविक संख्याएँ हैं।

$$(4) P_3 : \int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a+b-x) dx$$

$$(5) P_4 : \int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$$

$$(6) P_5 : \int_0^{2a} f(x) dx = \int_0^a f(x) dx + \int_0^a f(2a-x) dx$$

$$(7) P_6 : \int_0^{2a} f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$$

यदि  $f(2a-x) = f(x) = 0$

या  $f(2a-x) = -f(x)$

(8) P<sub>7</sub>: (i)  $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx,$

यदि  $f$  एक सम फलन है या

$$f(-x) = f(x)$$

(ii)  $\int_{-a}^a f(x) dx = 0,$  यदि  $f$  एक

विषम फलन है या  $f(-x) = -f(x).$