पाठ - 12 : रैखिक प्रोग्रामन

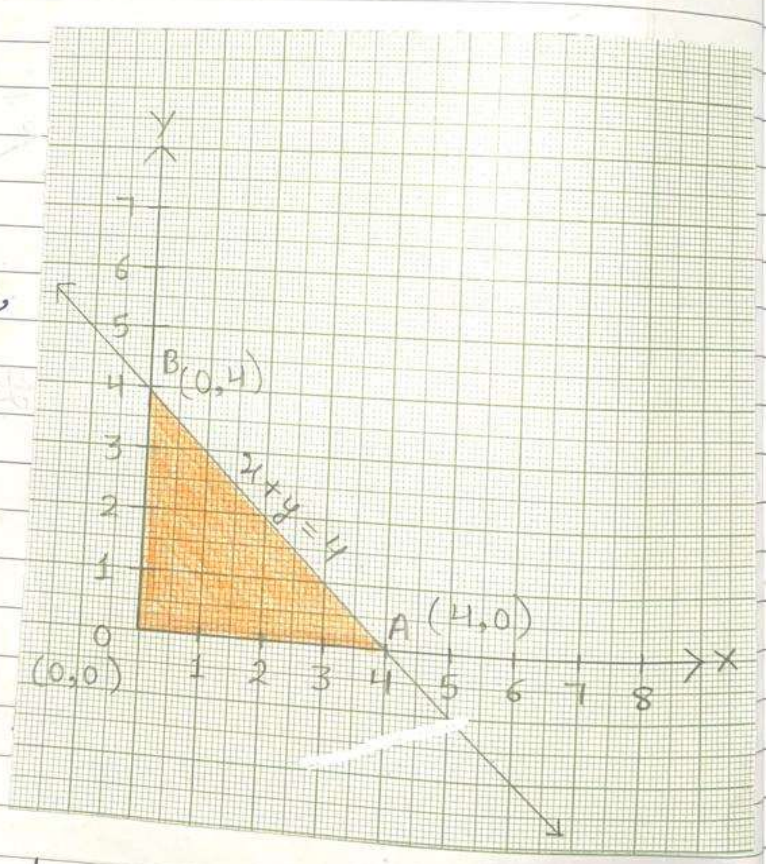
प्रश्नावली 12.1

1. निम्न अवरोधों के अंतर्गत $Z = 3x + 4y$ का अधिकतमीकरण कीजिए : $x + y \leq 4$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

उत्तर-

सुसंगत क्षेत्र परिबद्ध है।

कोनीय बिन्दु क्रमशः O(0,0), A(4,0), और B(0,4) हैं।

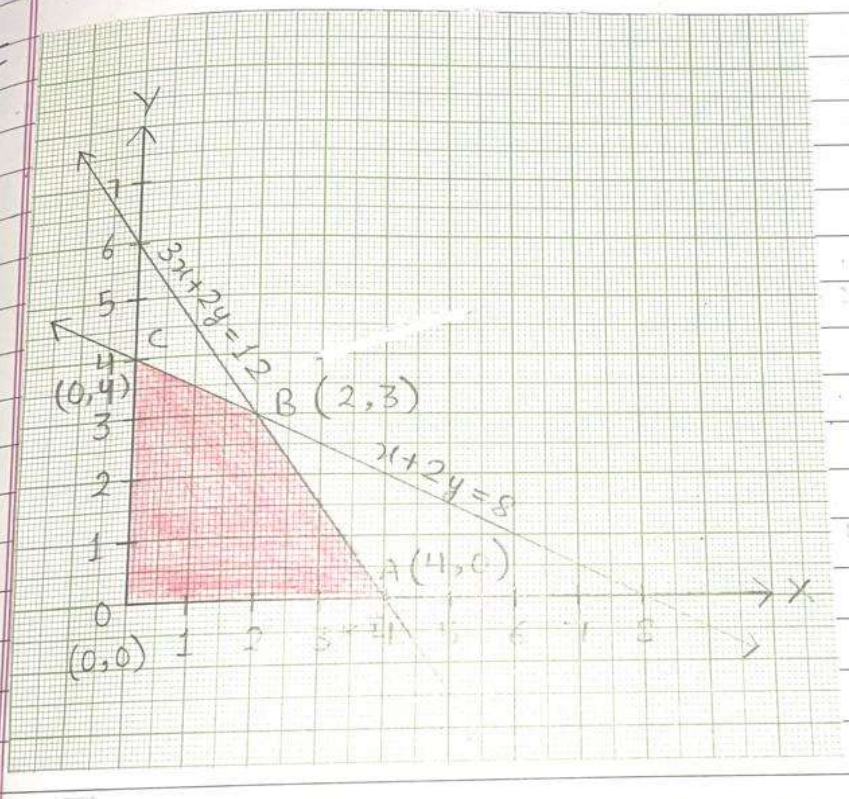


कोनीय बिन्दु	$Z = 3x + 4y$
O(0,0)	0
A(4,0)	12
B(0,4)	16

अतः बिंदु B(0,4) पर Z का अधिकतम मान 16 है।

2. निम्न अवरोधों के अंतर्गत $Z = -3x + 4y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए : $x + 2y \leq 8$, $3x + 2y \leq 12$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

उत्तर-



सुसंगत क्षेत्र परिबद्ध है। कोनीय बिन्दु क्रमशः O(0,0), A(4,0), B(2,3) और C(0,4) है।

कोनीय बिन्दु	$Z = -3x + 4y$
O (0,0)	0
A (4,0)	-12
B (2,3)	6
C (0,4)	16

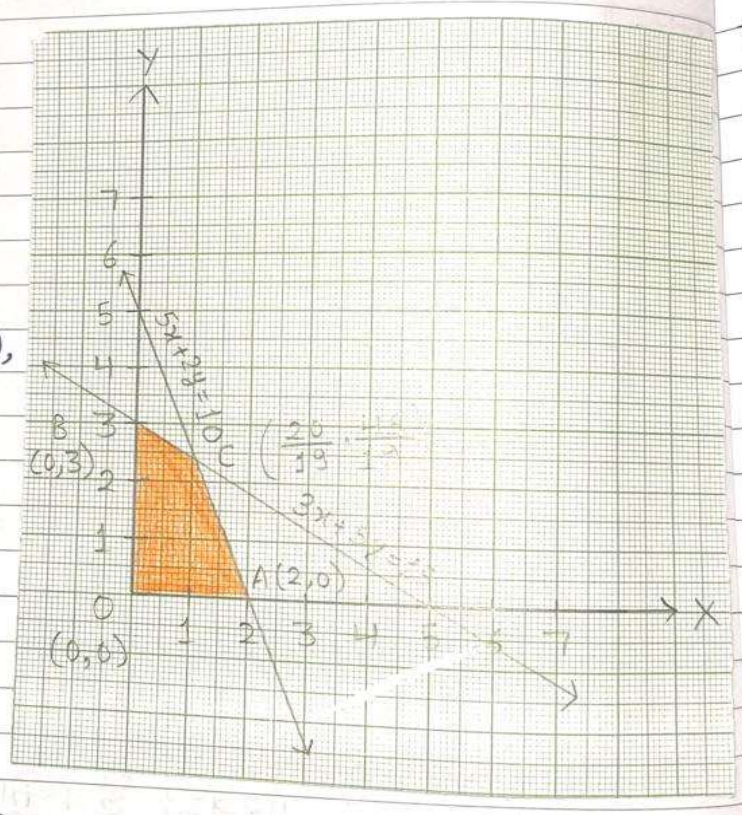
अतः बिन्दु (4,0) पर Z का न्यूनतम मान -12 है।

3. निम्न अवरोधों के अंतर्गत $Z = 5x + 3y$ का अधिकतमीकरण कीजिए : $3x + 5y \leq 15$, $5x + 2y \leq 10$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

उत्तर-

सुसंगत क्षेत्र परिबद्ध है।

कोनीय बिन्दु क्रमशः O (0,0), A (2,0), B (0,3) और C (20/19, 45/19) है।

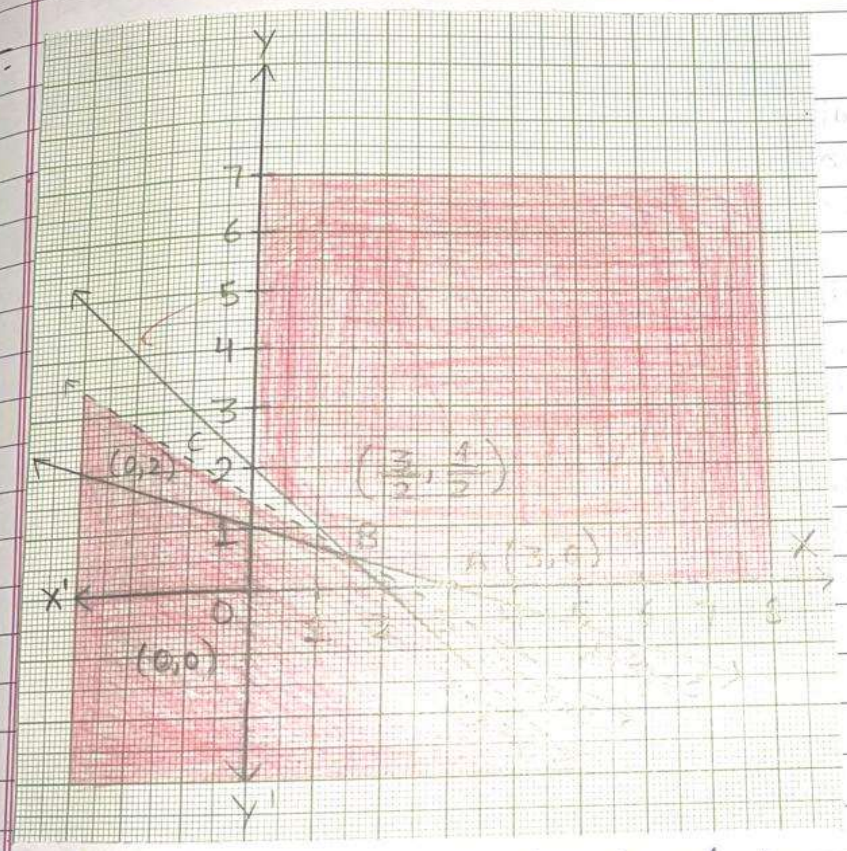


कोनीय बिन्दु	$Z = 5x + 3y$
O (0,0)	0
A (2,0)	10
B (0,3)	9
$C\left(\frac{20}{19}, \frac{45}{19}\right)$	$\frac{235}{19}$

अतः बिन्दु $\left(\frac{20}{19}, \frac{45}{19}\right)$ पर Z का अधिकतम मान 235/19 है।

4. निम्न अवरोधों के अंतर्गत $z = 3x + 5y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए : $x + 3y \geq 3$, $x + y \geq 2$, $x, y \geq 0$.

उत्तर-



कोनीय बिन्दु क्रमशः A(3,0), B(3/2, 1/2) और C (0,2) है।

कोनीय बिन्दु	$Z = 3x + 5y$
A(3,0)	9
B(3/2, 1/2)	7
C(0,2)	10

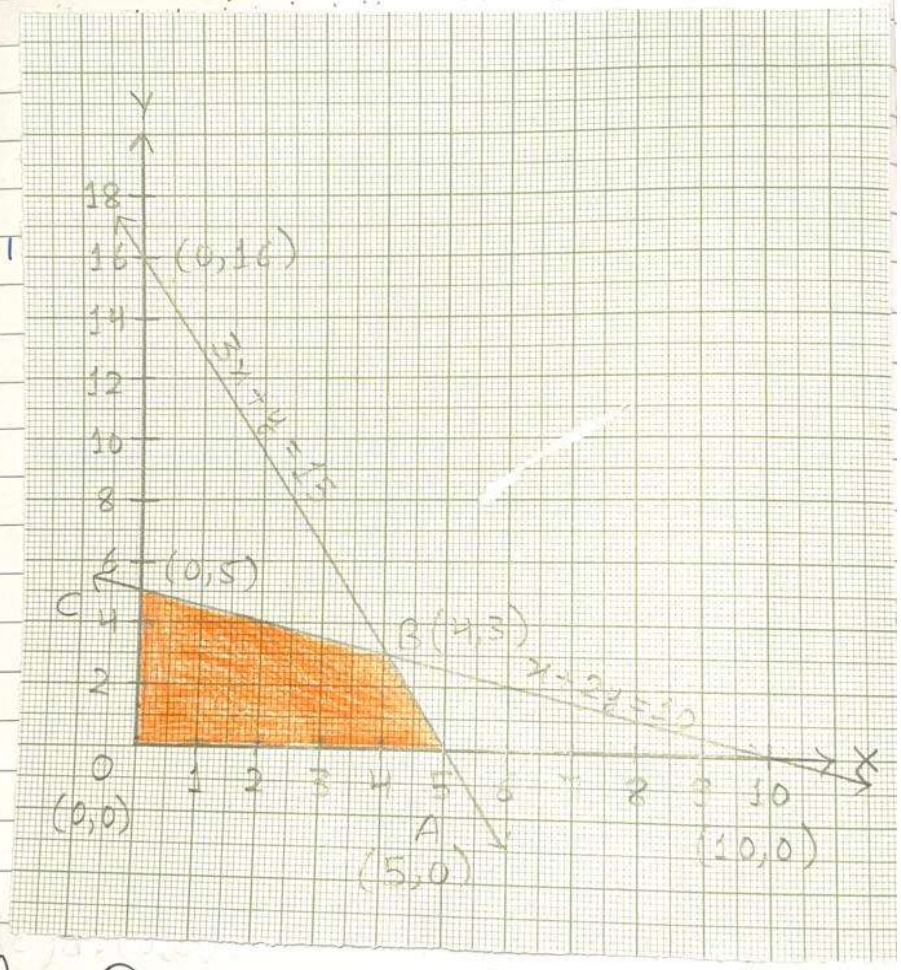
अतः बिन्दु (3/2, 1/2) पर z का न्यूनतम मान 7 है।

5. निम्न अवरोधों के अंतर्गत $Z = 3x + 2y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए : $x + 2y \leq 10$, $3x + y \leq 15$, $x, y \geq 0$.

उत्तर-

सुसंगत क्षेत्र परिबद्ध है।

कोनीय बिन्दु क्रमशः A(5,0), B(4,3) और C(0,5) है।

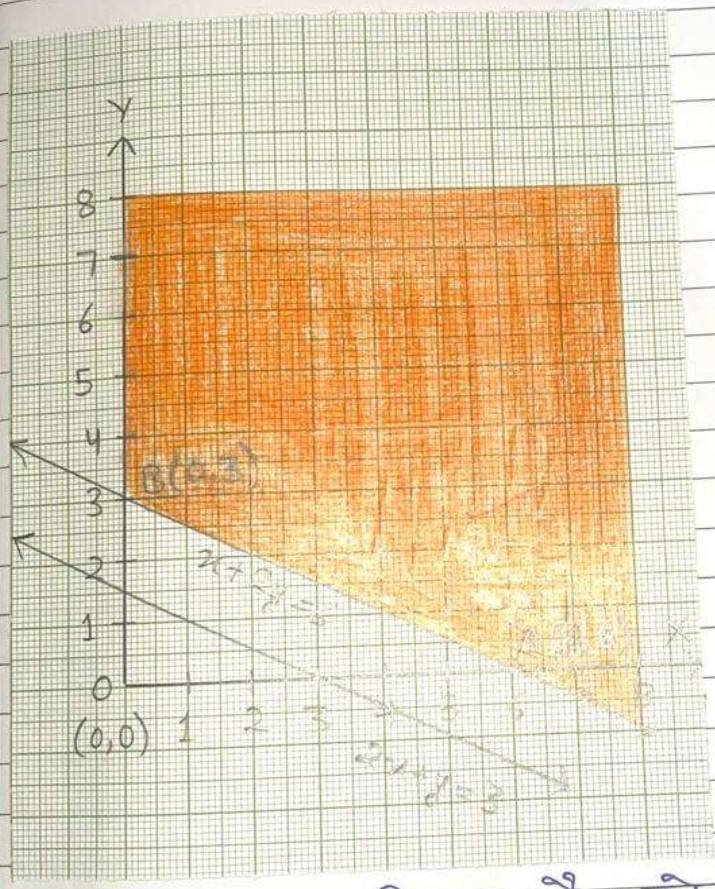


कोनीय बिन्दु	$Z = 3x + 2y$
A (5,0)	15
B (4,3)	18
C (0,5)	10

अतः बिन्दु (0,5) पर Z का न्यूनतम मान 10 है

6. निम्न अवरोधों के अंतर्गत $Z = x + 2y$ का न्यूनतमीकरण कीजिए : $2x + y \geq 3$, $x + 2y \geq 6$, $x, y \geq 0$. दिखाइए कि Z का न्यूनतम मान दो बिन्दुओं से अधिक बिन्दुओं पर घटित होता है।

उत्तर-



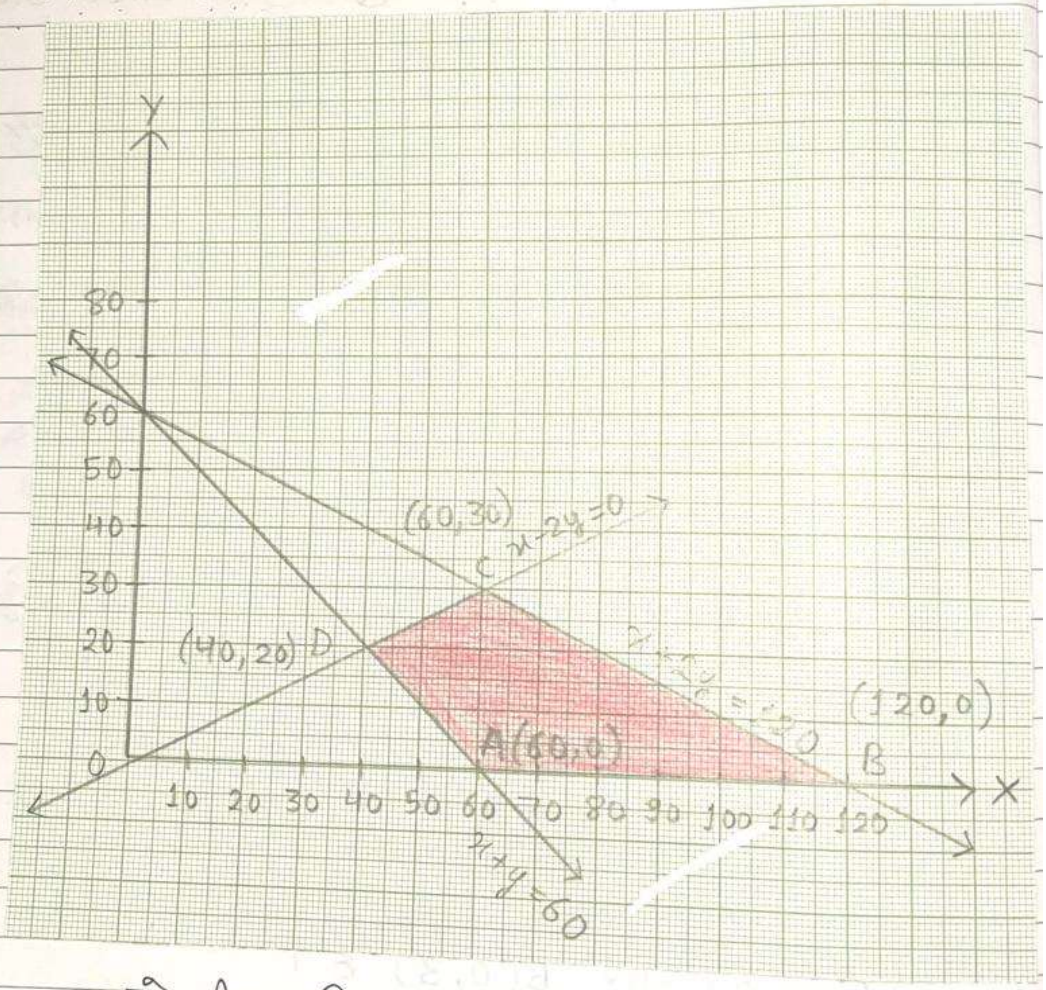
सुसंगत क्षेत्र अपरिबद्ध है। कोनीय बिन्दु क्रमशः A (6,0) और B(0,3) हैं।

कोनीय बिन्दु	$Z = x + 2y$
A (6,0)	6
B (0,3)	6

अतः रेखा $x + 2y = 6$ के प्रत्येक बिंदु पर Z का मान न्यूनतम है।

7. निम्न अवरोधों के अंतर्गत $Z = 5x + 10y$ का न्यूनतमीकरण तथा अधिकतमीकरण कीजिए :
$x + 2y \leq 120,\ x + y \geq 60,\ x - 2y \geq 0,\ x, y \geq 0.$

उत्तर-

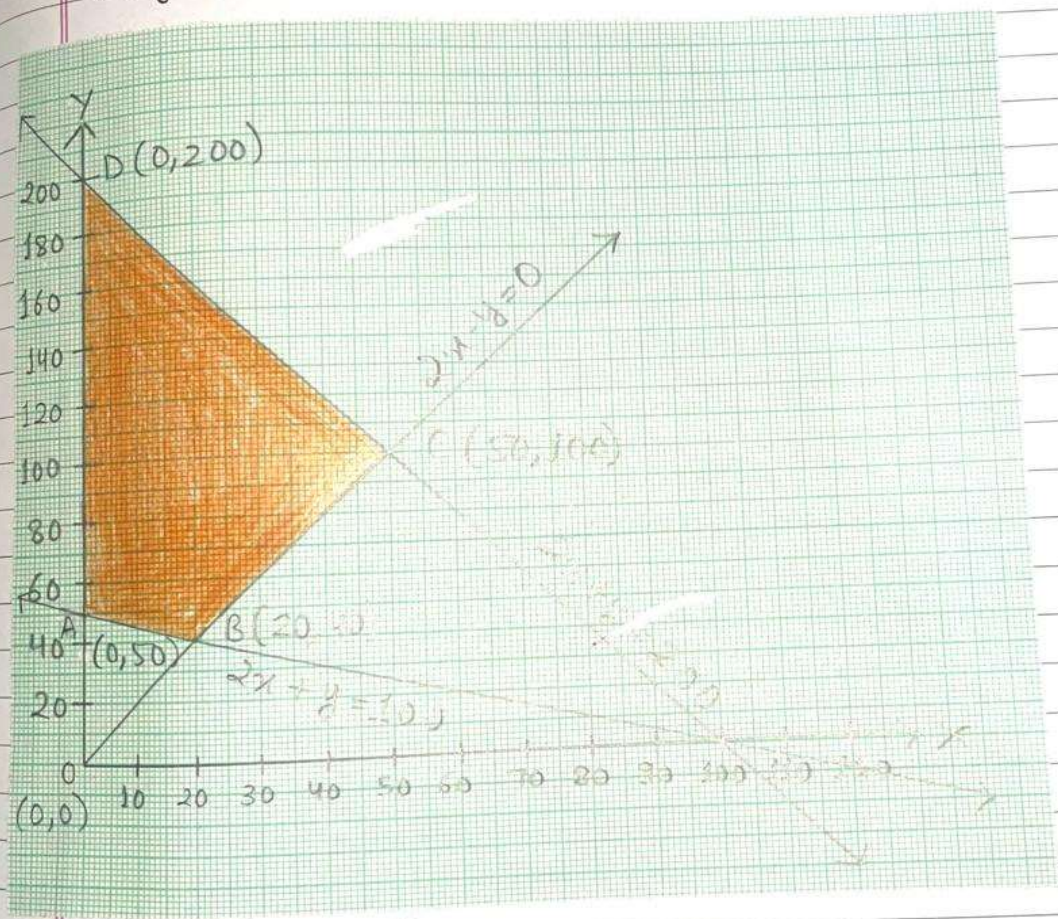


कोनीय बिन्दु	$Z = 5x + 10y$
A (60, 0)	300
B (120, 0)	600
C (60, 30)	600
D (40, 20)	400

Z का अधिकतम मान 600 है।

8. निम्न अवरोधों के अंतर्गत $Z = x + 2y$ का न्यूनतमीकरण तथा अधिकतमीकरण कीजिए :

उत्तर- $x + 2y \geq 100$, $2x - y \leq 0$, $2x + y \leq 200$, $x, y \geq 0$.

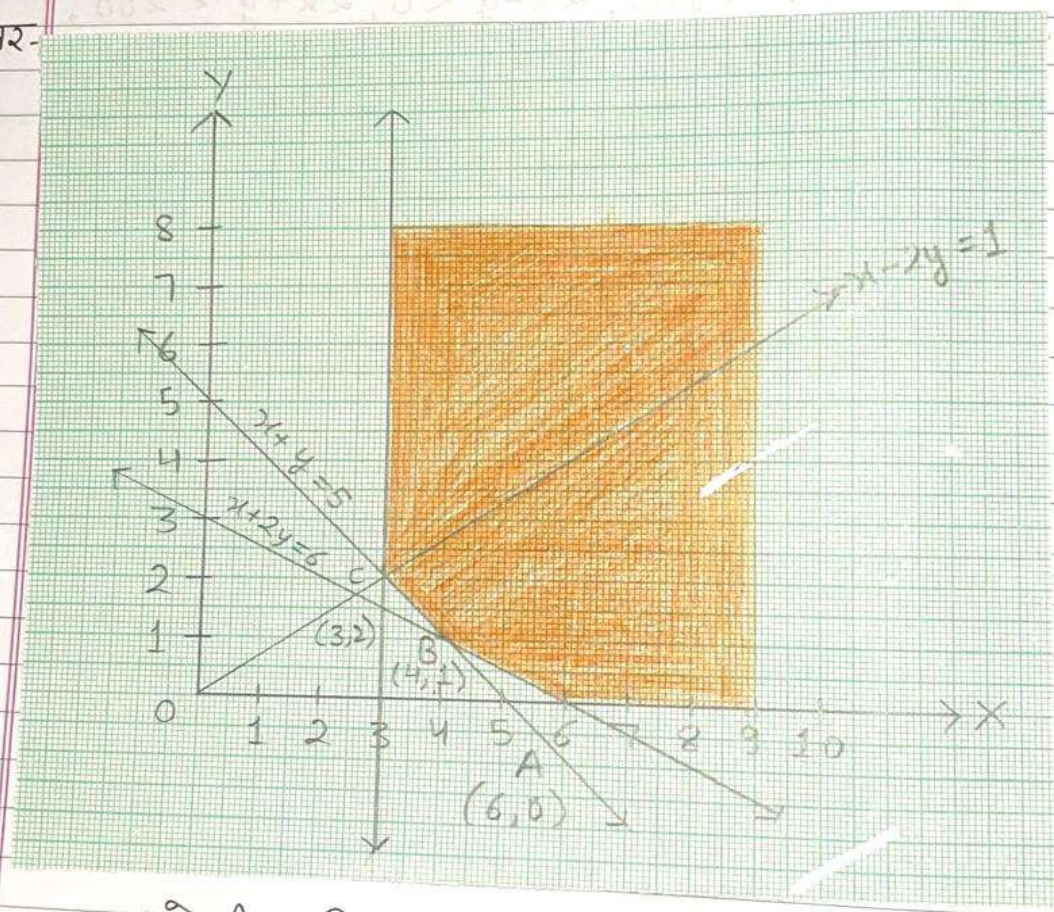


कोनीय बिन्दु	$Z = x + 2y$
A (0, 50)	100
B (20, 40)	100
C (50, 100)	250
D (0, 200)	400

Z का न्यूनतम मान 100 है।

9. निम्न अवरोधों के अंतर्गत $Z = -x + 2y$ का अधिकतमीकरण कीजिए : $x \geq 3$, $x + y \geq 5$, $x + 2y \geq 6$, $y \geq 0$.

उत्तर-

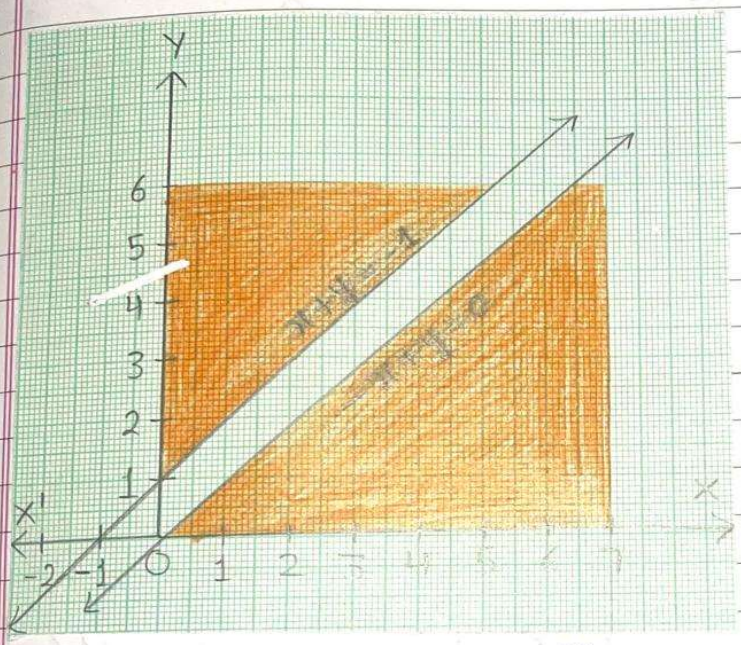


कोनीय बिन्दु	$Z = -x + 2y$
A (6,0)	-6
B (4,1)	-2
C (3,2)	1

सुसंगत क्षेत्र अपरिबद्ध है। 1, Z का अधिकतम मान हो भी सकता है और नहीं भी। अतः Z का कोई अधिकतम नहीं है।

10. निम्न अवरोधों के अंतर्गत $z = x + y$ का अधिकतमीकरण कीजिए : $x - y \leq -1$, $-x + y \leq 0$, $x, y \geq 0$.

उत्तर-



सुसंगत क्षेत्र अपरिबद्ध है। आकृति में ऐसा कोई बिन्दु नहीं है जो सभी अवरोधों को एक साथ संतुष्ट कर सके। अतः समस्या का सुसंगत हल नहीं है।